Matemáticas

Segundo grado. Volumen I

TELEsecundaria

Matemáticas

Segundo grado. Volumen I

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
TELEsecundaria

Matemáticas. Segundo grado. Telesecundaria. Volumen I fue elaborado y editado por la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública.

Coordinación de autores
Olga Leticia López Escudero

Autores
Hugo Hipólito Balbuena Corro, Silvia García Peña,
Olga Leticia López Escudero

Coordinación de contenidos
María del Carmen Larios Lozano

Supervisión de contenidos
José Alfredo Rutz Machorro, Jessica Evelyn Caballero Valenzuela,
Juanita Espinoza Estrada, Esperanza Issa González,
María Luisa Luna Díaz

Revisión técnico-pedagógica
Óscar Alfredo Palmas Velasco

Coordinación editorial
Raúl Godínez Cortés

Supervisión editorial
Jessica Mariana Ortega Rodríguez

Cuidado de la edición
Humberto Xocoyotzin Calles Guerrero

Lectura
María Fernanda Heredia Rojas

Producción editorial
Martín Aguilar Gallegos

Iconografía
Diana Mayén Pérez, Irene León Coxtinica,
Emmanuel Adamez Téllez

Portada
Diseño: Martín Aguilar Gallegos
Iconografía: Irene León Coxtinica
Imagen: *Los cargadores* (detalle), 1923-1924, Jean Charlot (1898-1979), fresco, 4.69 × 2.30 m, ubicado en el Patio de las Fiestas, planta baja, D. R. © Secretaría de Educación Pública, Dirección General de Proyectos Editoriales y Culturales/fotografía de Gerardo Landa Rojano; reproducción autorizada por el Instituto Nacional de Bellas Artes y Literatura, 2019; D. R. © Sociedad Mexicana de Autores de las Artes Plásticas.

Servicios editoriales
Solar, Servicios Editoriales, S. A. de C. V

Coordinación
Elizabeth González González

Formación
Víctor Daniel Abarca Hernández, Rosa Virginia Cruz Cruz

Diseño
Roberto Ángel Flores Angulo

Ilustración
Sergio Palomino Gámez,
Roberto Ángel Flores Angulo

Primera edición, 2019. Ciclo escolar 2019-2020

ISBN: 978-607-551-276-1

Impreso en México

Matemáticas. Segundo grado. Telesecundaria. Volumen I
se imprimió por encargo de la
Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos,
en los talleres de
con domicilio en
en el mes de de 2019.
El tiraje fue de ejemplares.

En los materiales dirigidos a las alumnas y los alumnos de Telesecundaria, la Secretaría de Educación Pública (SEP) emplea los términos: alumno(s), maestro(s) y padres de familia aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la equidad de género.

Presentación

Este libro fue elaborado para cumplir con el anhelo compartido de que en el país se ofrezca una educación con equidad y calidad, en la que todos los alumnos aprendan, sin importar su origen, su condición personal, económica o social, y en la que se promueva una formación centrada en la dignidad humana, la solidaridad, el amor a la patria, el respeto y cuidado de la salud, así como la preservación del medio ambiente.

El uso de este libro, articulado con los recursos audiovisuales e informáticos del portal de Telesecundaria, propicia la adquisición autónoma de conocimientos relevantes y el desarrollo de habilidades y actitudes encaminadas hacia el aprendizaje permanente. Su estructura obedece a las necesidades propias de los alumnos de la modalidad de Telesecundaria y a los contextos en que se desenvuelven. Además, moviliza los aprendizajes con el apoyo de materiales didácticos presentados en diversos soportes y con fines didácticos diferenciados; promueve la interdisciplinariedad y establece nuevos modos de interacción.

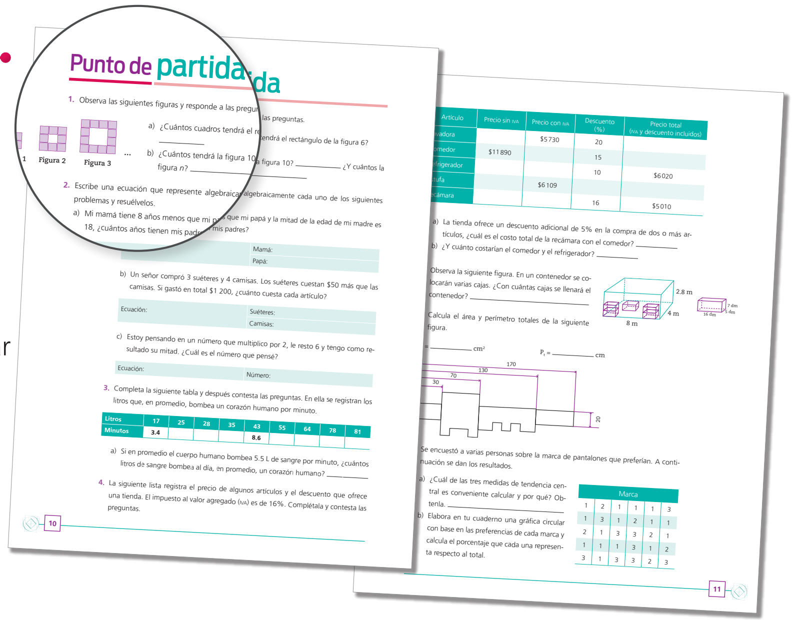
En su elaboración han participado alumnos, maestras y maestros, autoridades escolares, padres de familia, investigadores y académicos; su participación hizo posible que este libro llegue a las manos de todos los estudiantes de esta modalidad en el país. Con las opiniones y propuestas de mejora que surjan del uso de esta obra en el aula se enriquecerán sus contenidos, por lo mismo los invitamos a compartir sus observaciones y sugerencias a la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública y al correo electrónico: librosdetexto@nube.sep.gob.mx.

Índice

Conoce tu libro

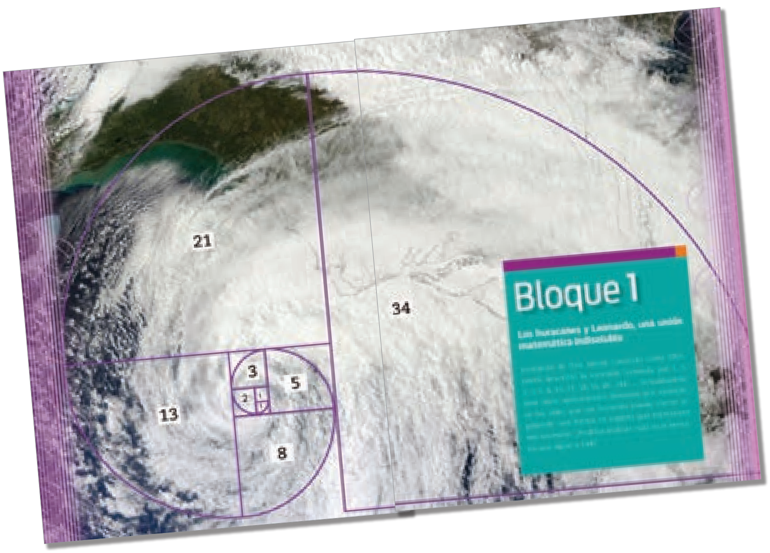
El libro que tienes en tus manos fue elaborado especialmente para ti. Junto con tus compañeros y el apoyo de tu maestro, irás construyendo un saber matemático que se convertirá en una poderosa herramienta para que puedas resolver una diversidad de problemas cotidianos.

Tu libro está organizado de la siguiente manera:



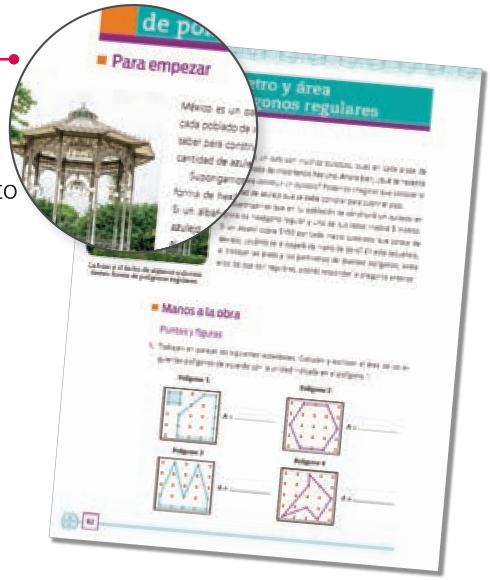
Punto de partida

Es una oportunidad para que identifiques los conocimientos matemáticos con que cuentas y que te van a ser de utilidad para empezar este ciclo.



Entrada de bloque

Al inicio de cada bloque se presenta una ilustración acompañada de un texto, que aluden a la importancia de los conocimientos matemáticos que estudiarás en diversos ámbitos de la vida.

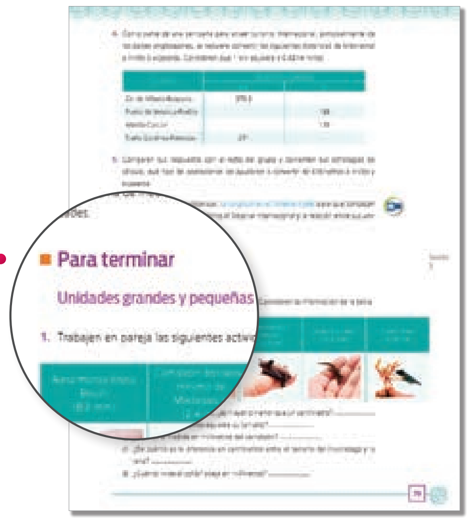


Para empezar

Te proporciona un acercamiento a los conocimientos que aprenderás, mediante situaciones matemáticas o cotidianas.

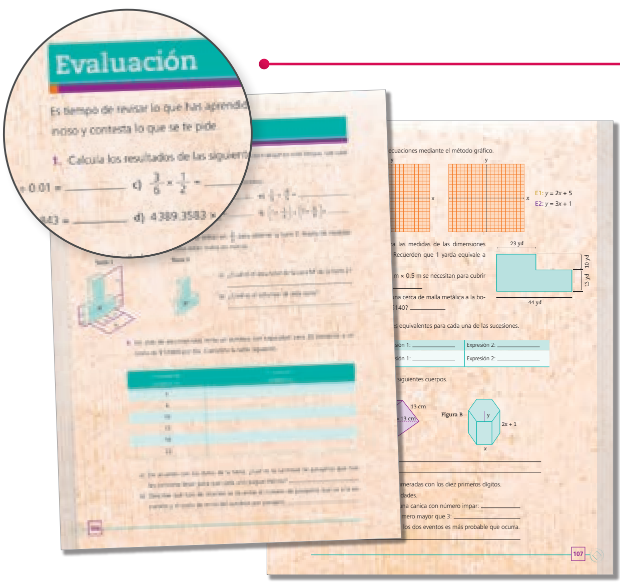
Manos a la obra

Te ofrece una serie de actividades que te permitirán trabajar y aprender los contenidos.



Para terminar

Contiene actividades para reflexionar, revisar, recuperar y hacer conclusiones sobre los temas estudiados.

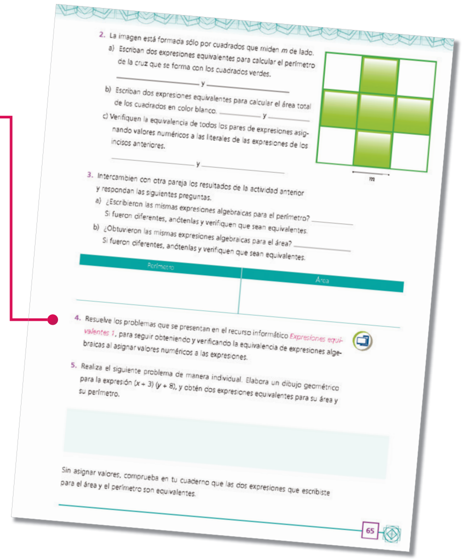


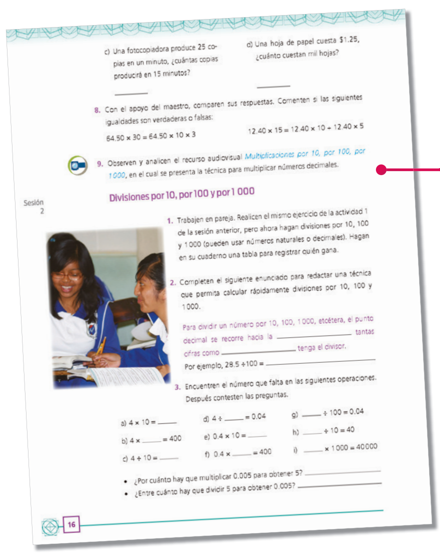
Evaluación

Al final de cada bloque se presentan actividades de evaluación que te ayudarán a valorar el logro de tus aprendizajes.

Recursos informáticos

Con esta herramienta tendrás oportunidad de practicar los procedimientos y aplicar los conceptos que aprendiste, a través de un ambiente digital interactivo.



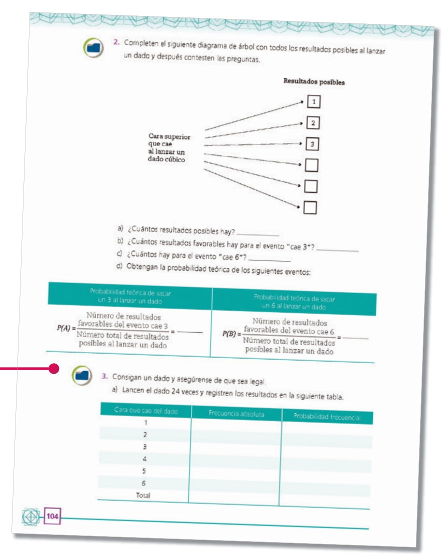


Recursos audiovisuales

Te permiten profundizar, complementar e integrar lo que estás estudiando. Para verlos sólo tienes que conectarte a tu Portal de Telesecundaria.

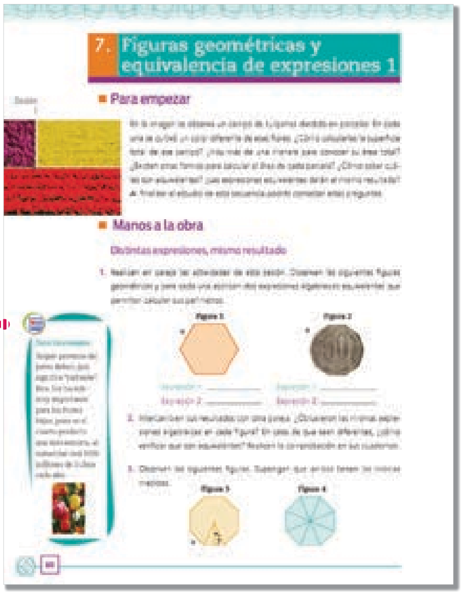
Carpeta

A lo largo del libro hay determinados ejercicios que se señalan con este ícono, a fin de que tengas un registro de tu avance en el dominio y conocimiento de los temas de la asignatura.

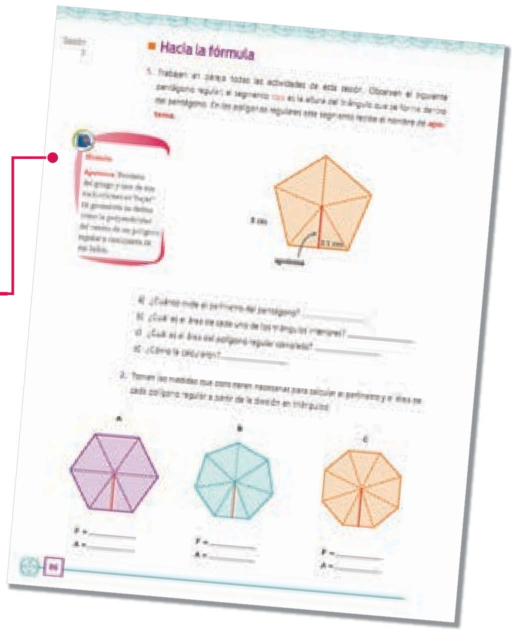


Secciones de apoyo

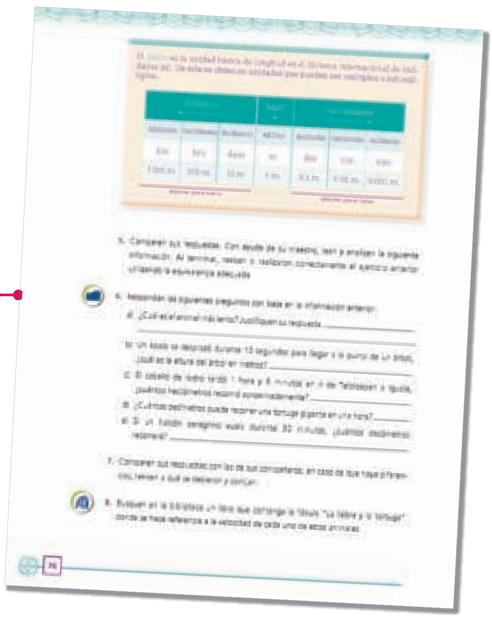
Se trata de textos breves que te ofrecen información que enriquece el contenido del libro o que te ayudarán a comprenderlo mejor:



Dato interesante



Glosario



Visita la biblioteca

Punto de partida

1. Observa las siguientes figuras y responde a las preguntas.

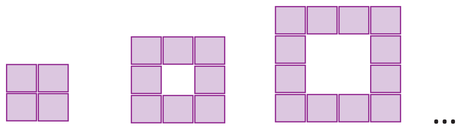


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) ¿Cuántos cuadros tendrá el rectángulo de la figura 6?

____

b) ¿Cuántos tendrá la figura 10? ____________ ¿Y cuántos la figura n? ____________________

2. Escribe una ecuación que represente algebraicamente cada uno de los siguientes problemas y resuélvelos.

a) Mi mamá tiene 8 años menos que mi papá y la mitad de la edad de mi madre es 18, ¿cuántos años tienen mis padres?

Ecuación:	Mamá:
	Papá:

b) Un señor compró 3 suéteres y 4 camisas. Los suéteres cuestan \$50 más que las camisas. Si gastó en total \$1 200, ¿cuánto cuesta cada artículo?

Ecuación:	Suéteres:
	Camisas:

c) Estoy pensando en un número que multiplico por 2, le resto 6 y tengo como resultado su mitad. ¿Cuál es el número que pensé?

Ecuación:	Número:

3. Completa la siguiente tabla y después contesta las preguntas. En ella se registran los litros que, en promedio, bombea un corazón humano por minuto.

Litros	17	25	28	35	43	55	64	78	81
Minutos	3.4				8.6				

a) Si en promedio el cuerpo humano bombea 5.5 L de sangre por minuto, ¿cuántos litros de sangre bombea al día, en promedio, un corazón humano? ____________

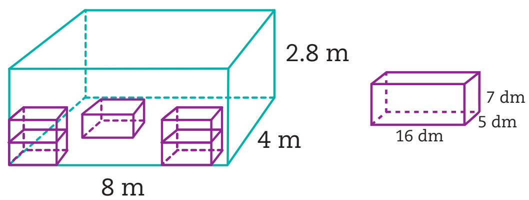
4. La siguiente lista registra el precio de algunos artículos y el descuento que ofrece una tienda. El impuesto al valor agregado (IVA) es de 16%. Complétala y contesta las preguntas.

Artículo	Precio sin IVA	Precio con IVA	Descuento (%)	Precio total (IVA y descuento incluidos)
Lavadora		$5 730	20	
Comedor	$11 890		15	
Refrigerador			10	$6 020
Estufa		$6 109		
Recámara			16	$5 010

a) La tienda ofrece un descuento adicional de 5% en la compra de dos o más artículos, ¿cuál es el costo total de la recámara con el comedor? ____________

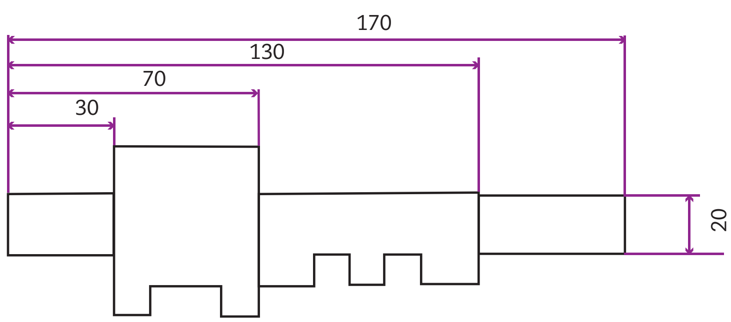
b) ¿Y cuánto costarían el comedor y el refrigerador? ____________

5. Observa la siguiente figura. En un contenedor se colocarán varias cajas. ¿Con cuántas cajas se llenará el contenedor? ____________________________________



6. Calcula el área y perímetro totales de la siguiente figura.

A_t = ____________ cm² P_t = ____________ cm

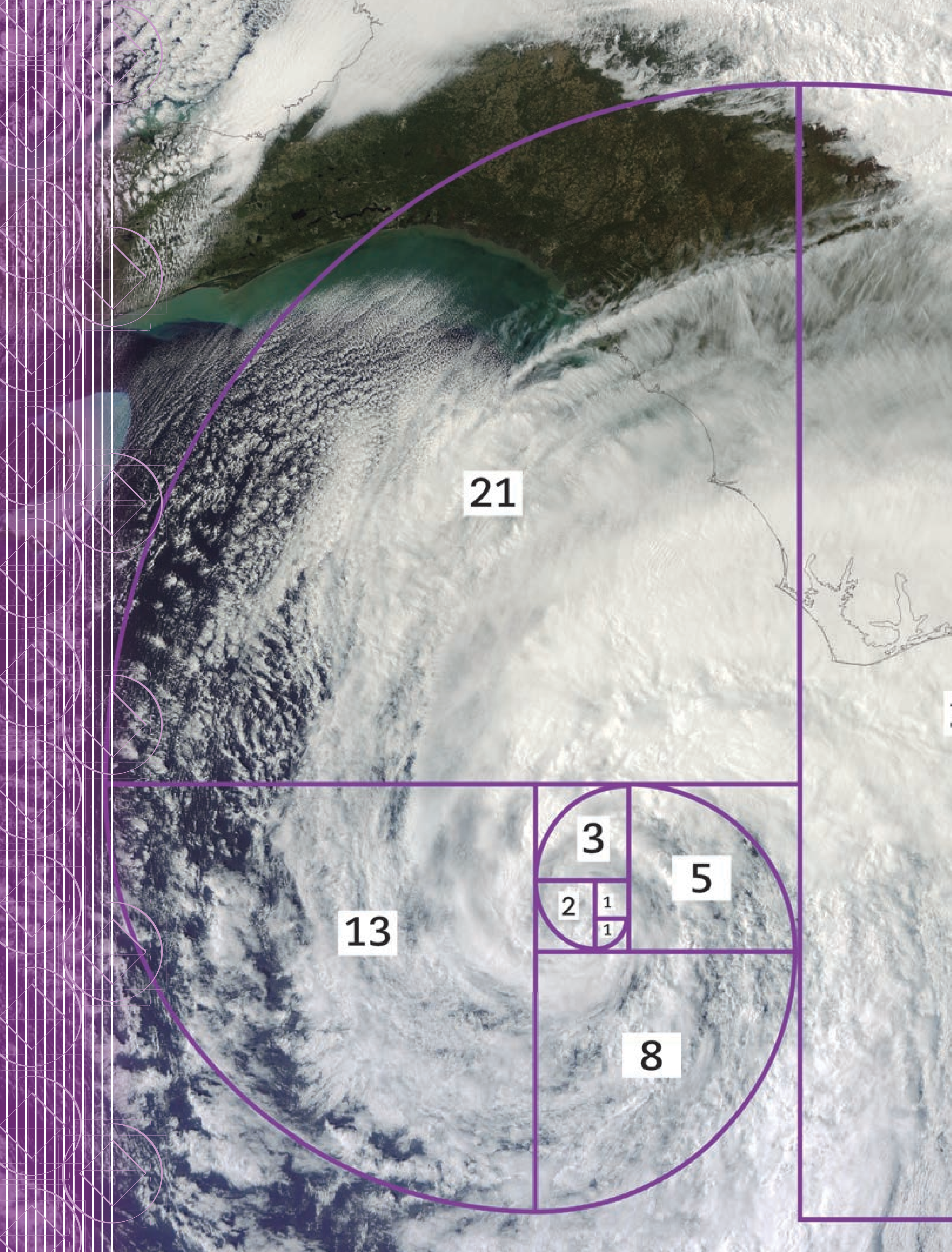


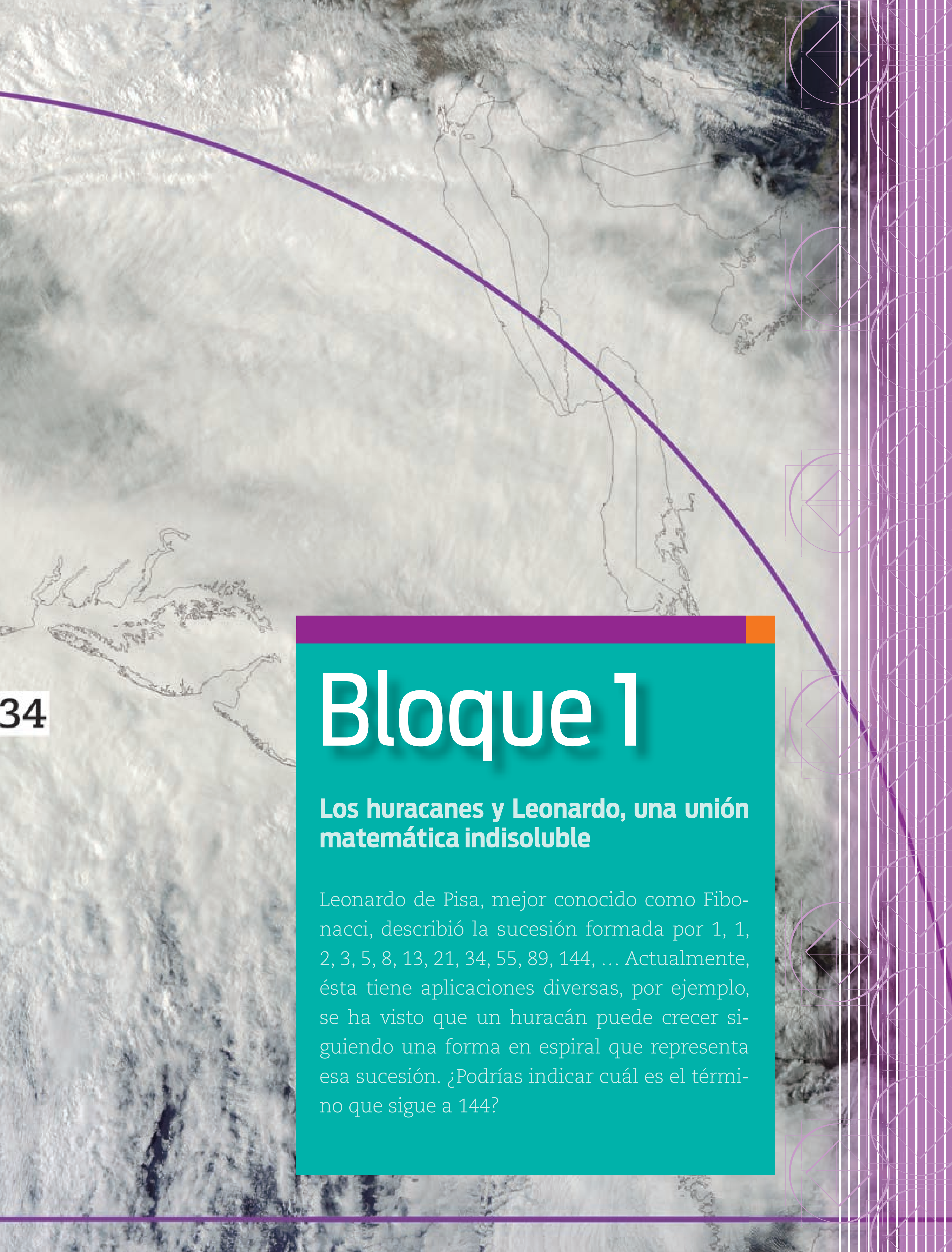
7. Se encuestó a varias personas sobre la marca de pantalones que preferían. A continuación se dan los resultados.

a) ¿Cuál de las tres medidas de tendencia central es conveniente calcular y por qué? Obtenla. ____________________________________

b) Elabora en tu cuaderno una gráfica circular con base en las preferencias de cada marca y calcula el porcentaje que cada una representa respecto al total.

Marca					
1	2	1	1	1	3
1	3	1	2	1	1
2	1	3	3	2	1
1	1	1	3	1	2
3	1	3	3	2	3


21
3
5
2
1
1
13
8



Bloque 1

Los huracanes y Leonardo, una unión matemática indisoluble

Leonardo de Pisa, mejor conocido como Fibonacci, describió la sucesión formada por 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, … Actualmente, ésta tiene aplicaciones diversas, por ejemplo, se ha visto que un huracán puede crecer siguiendo una forma en espiral que representa esa sucesión. ¿Podrías indicar cuál es el término que sigue a 144?

1. Multiplicación y división de números decimales positivos

Sesión 1

Para empezar

La multiplicación y la división son dos operaciones inversas una de la otra. Si un número *x* se multiplica por 5, el resultado es 5*x*; si este número se divide entre 5, el resultado es *x*. Multiplicar por 5 y dividir entre 5 equivale a multiplicar por $\frac{5}{5}$, que es igual a 1; por ello, la cantidad original no se altera.

Por otra parte, las multiplicaciones y las divisiones por potencias de 10 (10, 100, 1 000, etcétera), junto con la propiedad descrita en el párrafo anterior, permiten resolver multiplicaciones y divisiones con números decimales que ayudan a solucionar una variedad de problemas. Por ejemplo, al finalizar esta secuencia sabrás cuánto se pagará por distintos productos cuyo precio tiene números decimales, como en la ilustración.

Manos a la obra

Multiplicaciones por 10, por 100 y por 1 000

1. Trabajen en pareja y realicen el siguiente ejercicio.
   a) Un integrante de la pareja deberá proponer una multiplicación de un número natural por 10, 100 o 1 000. Por ejemplo: 25 × 10; 18 × 100; 75 × 1 000, etcétera.
   b) Quien proponga la operación la resolverá con una calculadora, mientras que el otro con papel y lápiz.
   c) El primero que diga el resultado correcto se anotará un punto.
   d) Después de cinco operaciones, intercambiarán la calculadora.

2. Después de cuatro rondas de cinco multiplicaciones cada una, expliquen cómo se obtiene el resultado de multiplicar un número natural por 10, 100 o 1 000 completando el siguiente enunciado.

Para multiplicar un número natural por 10, 100 o 1 000, ______________________

____

3. Realicen el mismo ejercicio de la actividad 1, pero ahora multipliquen un número decimal por 10, 100 o 1 000.

a) Utilicen la siguiente tabla para marcar con una palomita (✓) al que gane en cada operación. Debajo de la letra "J" (jugador) escriban la letra inicial de su nombre.

J	Primera ronda					Segunda ronda					Tercera ronda					Cuarta ronda					Total

b) Al terminar la cuarta ronda, formulen una técnica que permita multiplicar rápidamente un número decimal por 10, 100 o 1 000:

Para multiplicar un número decimal por 10, 100 o 1 000, ____________________

____

4. Con el apoyo de su maestro, elijan alguno de los enunciados anteriores y, con base en lo que dice, resuelvan algunas multiplicaciones por potencias de 10. Verifiquen los resultados con una calculadora.

5. Empleen las técnicas que formularon y resuelvan los siguientes problemas.

a) Un kilogramo de harina de maíz cuesta $15.00, cien kilogramos cuestan: __________

b) Un litro de aceite comestible cuesta $25.50, diez litros cuestan: __________

c) Una lata de atún cuesta $16.30, cien latas cuestan: __________

d) Un kilogramo de azúcar cuesta $17.90, cien kilogramos cuestan: __________

e) Un bolillo cuesta $1.70, mil bolillos cuestan: __________

f) Un kilogramo de huevo cuesta $25.80, diez kilogramos cuestan: __________

6. Comenten en grupo cómo resolvieron los problemas en los que tuvieron que multiplicar un decimal por 10, 100 o 1 000. Redacten en su cuaderno una nota que les permita recordarlo.

7. Usen las multiplicaciones por potencias de 10 para resolver los siguientes problemas.

a) Una lata de leche en polvo cuesta $64.50, ¿cuánto cuestan 30 latas? __________

b) Un kilogramo de tortillas de maíz cuesta $12.40, ¿cuánto cuestan 15 kg? __________

c) Una fotocopiadora produce 25 copias en un minuto, ¿cuántas copias producirá en 15 minutos?

____

d) Una hoja de papel cuesta $1.25, ¿cuánto cuestan mil hojas?

____

8. Con el apoyo del maestro, comparen sus respuestas. Comenten si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas:

$64.50 \times 30 = 64.50 \times 10 \times 3$ $\qquad$ $12.40 \times 15 = 12.40 \times 10 + 12.40 \times 5$

9. Observen y analicen el recurso audiovisual *Multiplicaciones por 10, por 100, por 1 000*, en el cual se presenta la técnica para multiplicar números decimales.

Sesión 2

Divisiones por 10, por 100 y por 1 000

1. Trabajen en pareja. Realicen el mismo ejercicio de la actividad 1 de la sesión anterior, pero ahora hagan divisiones por 10, 100 y 1 000 (pueden usar números naturales o decimales). Hagan en su cuaderno una tabla para registrar quién gana.

2. Completen el siguiente enunciado para redactar una técnica que permita calcular rápidamente divisiones por 10, 100 y 1 000.

Para dividir un número por 10, 100, 1 000, etcétera, el punto decimal se recorre hacia la ________________ tantas cifras como ________________ tenga el divisor.

Por ejemplo, 28.5 ÷100 = ____________________

3. Encuentren el número que falta en las siguientes operaciones. Después contesten las preguntas.

a) 4 × 10 = _____ $\qquad$ d) 4 ÷ _____ = 0.04 $\qquad$ g) _____ ÷ 100 = 0.04

b) 4 × _____ = 400 $\qquad$ e) 0.4 × 10 = _____ $\qquad$ h) _____ ÷ 10 = 40

c) 4 ÷ 10 = _____ $\qquad$ f) 0.4 × _____ = 400 $\qquad$ i) _____ × 1 000 = 40 000

- ¿Por cuánto hay que multiplicar 0.005 para obtener 5? ________________
- ¿Entre cuánto hay que dividir 5 para obtener 0.005? ________________

4. Resuelvan las siguientes multiplicaciones con ayuda de la calculadora y averigüen cuál es el efecto de multiplicar por 0.1

a) $6 \times 0.1 =$ ________ b) $60 \times 0.1 =$ ________ c) $0.6 \times 0.1 =$ ________ d) $0.06 \times 0.1 =$ ________

Subrayen la frase que completa correctamente el siguiente enunciado.

Multiplicar por 0.1, que equivale a $\frac{1}{10}$, tiene el mismo efecto que:

- multiplicar por 10
- multiplicar por 100
- dividir entre 10
- dividir entre 100

5. Resuelvan las siguientes multiplicaciones con ayuda de la calculadora y averigüen cuál es el efecto de multiplicar por 0.01

a) $25 \times 0.01 =$ ________ b) $250 \times 0.01 =$ ________ c) $2.5 \times 0.01 =$ ________ d) $0.25 \times 0.01 =$ ________

Subrayen la frase que completa correctamente el siguiente enunciado.

Multiplicar por 0.01, que equivale a $\frac{1}{100}$, tiene el mismo efecto que:

- multiplicar por 10
- multiplicar por 100
- dividir entre 10
- dividir entre 100

6. Resuelvan las siguientes divisiones con ayuda de la calculadora y averigüen cuál es el efecto de dividir entre 0.1

a) $15 \div 0.1 =$ ________ b) $150 \div 0.1 =$ ________ c) $1.5 \div 0.1 =$ ________ d) $0.15 \div 0.1 =$ ________

Subrayen la frase que completa correctamente el siguiente enunciado.

Dividir entre 0.1, que equivale a $\frac{1}{10}$, tiene el mismo efecto que:

- multiplicar por 10
- multiplicar por 100
- dividir entre 10
- dividir entre 100

7. Resuelvan las siguientes divisiones con ayuda de la calculadora y averigüen cuál es el efecto de dividir entre 0.01

a) $15 \div 0.01 =$ ________ b) $150 \div 0.01 =$ ________ c) $1.5 \div 0.01 =$ ________ d) $0.15 \div 0.01 =$ ________

Subrayen la frase que completa correctamente el siguiente enunciado.

Dividir entre 0.01, que equivale a $\frac{1}{100}$, tiene el mismo efecto que:

- multiplicar por 10
- multiplicar por 100
- dividir entre 10
- dividir entre 100

8. Resuelvan las siguientes operaciones.

a) 0.5 × 0.1 = __________

b) 0.8 × __________ = 0.08

c) 0.9 ÷ 0.1 = __________

d) 0.3 ÷ __________ = 3

e) 0.7 × 0.01 = __________

f) 26 ÷ 0.01 = __________

9. Comparen sus resultados con ayuda del maestro. Si no coinciden, identifiquen los errores y corrijan.

- Para multiplicar un número por 10, se conserva el mismo número y se agrega un cero o se corre el punto decimal un lugar a la derecha. Por 100, se aumentan dos ceros o se recorre el punto dos lugares hacia la derecha, y así sucesivamente. Cuando no se tienen cifras suficientes, se agregan ceros a la derecha.
- Para dividir un número entre 10, al mismo número se le quita un cero o se corre el punto un lugar a la izquierda. Entre 100, se quitan dos ceros o se corre el punto dos lugares a la izquierda, y así sucesivamente. Cuando no se tienen cifras suficientes, se agregan ceros a la izquierda.

Multiplicar por 0.1 tiene el mismo efecto que dividir entre 10.
Dividir entre 0.1 tiene el mismo efecto que multiplicar por 10.

10. Observen el recurso audiovisual *División por 10, por 100, por 1 000*, en el cual se presenta la técnica para realizar este tipo de divisiones.

Sesión 3

¿Qué significa multiplicar 0.3 × 0.4?

1. La figura 1 representa una unidad cuadrada (u^2). Esto significa que cada uno de sus lados mide una unidad (u). Con base en esta información, respondan las siguientes preguntas en equipo y hagan lo que se indica.

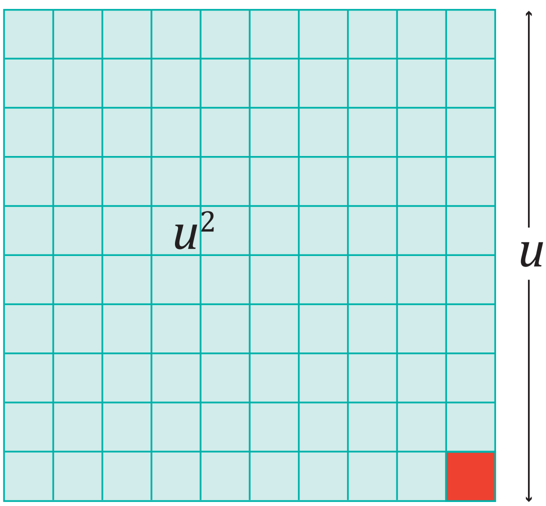


Figura 1

a) ¿Cuánto mide un lado del cuadrado rojo?

____

b) ¿Cuál es el área del cuadrado rojo?

____

c) Coloreen $\frac{1}{10}$ = 0.1 de u^2.

d) ¿Cuántos centésimos de u^2 forman un décimo de u^2?

____

e) Tracen, dentro de la figura 1, un rectángulo cuyos lados midan 0.3 u y 0.4 u, respectivamente. ¿Cuál es el área del rectángulo? __________________________

f) ¿Cuál es el área de un rectángulo cuyos lados miden 0.8 u y 0.5 u? __________________________

2. En la figura 2 se han trazado cuatro rectángulos diferentes. Anoten en cada inciso una multiplicación que corresponda al área de un rectángulo y resuélvanla.

a) ______________________________

b) ______________________________

c) ______________________________

d) ______________________________

Tracen, dentro de la figura 2, un rectángulo cuya área esté representada por la multiplicación: 0.2 × 0.7

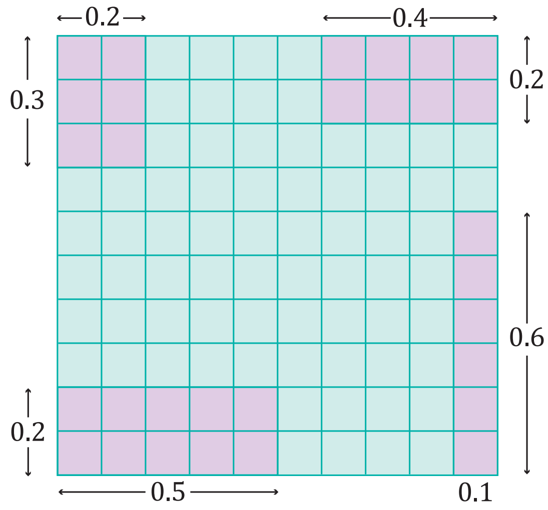


Figura 2

3. Con el apoyo de su maestro, comparen sus respuestas. Expliquen el procedimiento que utilizaron para multiplicar dos números decimales y úsenlo para encontrar el resultado de 0.5 × 0.6

4. En la figura 3 se trazaron cuatro rectángulos de los que se conoce su área y la medida de un lado. Anoten en cada inciso una división que permita calcular la medida del otro lado.

a) ______________________________

b) ______________________________

c) ______________________________

d) ______________________________

Tracen, dentro de la figura 3, un rectángulo que represente la división 0.14 ÷ 0.2

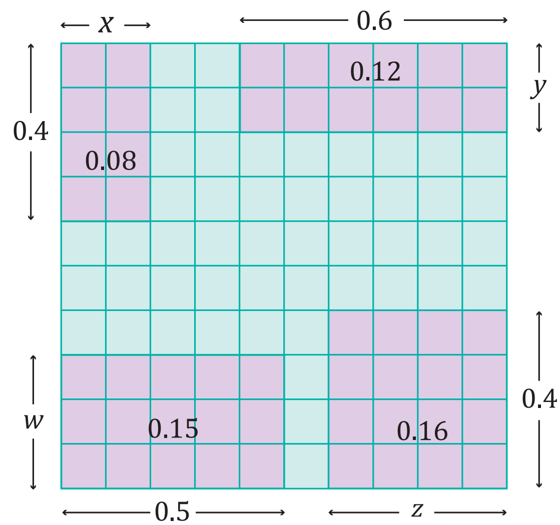


Figura 3

5. Con el apoyo de su maestro, comparen sus respuestas. Discutan sobre los efectos de multiplicar o dividir con números menores que 1, de acuerdo con lo siguiente.
   a) Entre todos, busquen y anoten en su cuaderno ejemplos de los siguientes casos:
      - Multiplicación en la que el producto es menor que, al menos, uno de los factores.
      - División en la que el cociente es mayor que el dividendo.
   b) Al multiplicar décimos por décimos se obtienen centésimos. Por ejemplo,
      $0.3 \times 0.2 = \frac{3}{10} \times \frac{2}{10} = 0.06 = \frac{6}{100}$
      - Respondan en su cuaderno: ¿qué se obtiene cuando se multiplican décimos por centésimos? Escriban ejemplos.

c) Al dividir centésimos entre décimos se obtienen décimos. Por ejemplo, $0.16 \div 0.2 = 0.8$

- Respondan en su cuaderno. ¿Qué se obtiene cuando se dividen milésimos entre décimos? Escriban ejemplos.

6. Resuelvan las siguientes operaciones y al finalizar utilicen la calculadora para verificar los resultados.

a) $0.02 \times 0.8 =$ ______ d) $0.125 \div 0.5 =$ ______ g) $9 \times 0.01 =$ ______

b) $0.8 \times 0.5 =$ ______ e) $47 \times 0.1 =$ ______ h) $16 \div 0.1 =$ ______

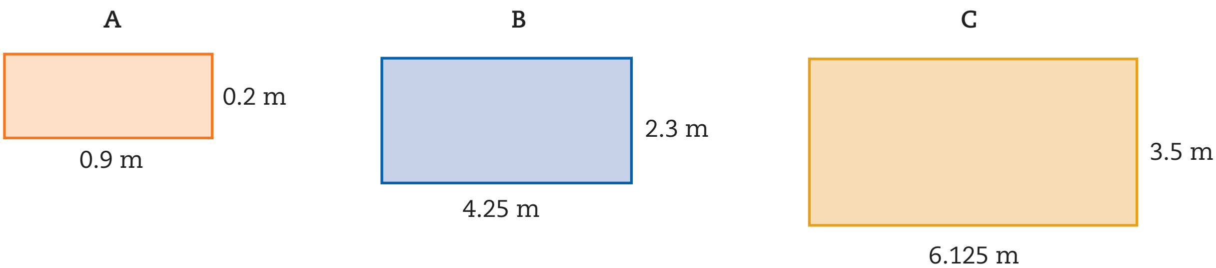
c) $0.24 \div 0.8 =$ ______ f) $8 \div 0.1 =$ ______ i) $3.74 \times 0.25 =$ ______

Sesión 4

Para terminar

Técnicas para multiplicar o dividir por decimales

1. Trabajen en pareja. Calculen el área de cada rectángulo.



Área = ________ m² Área = ________ m² Área = ________ m²

2. Efectúen las siguientes operaciones y verifiquen que de éstas se obtengan las áreas de los rectángulos A, B y C.

a) A: $9 \times 2 \div 100 =$ ____________________

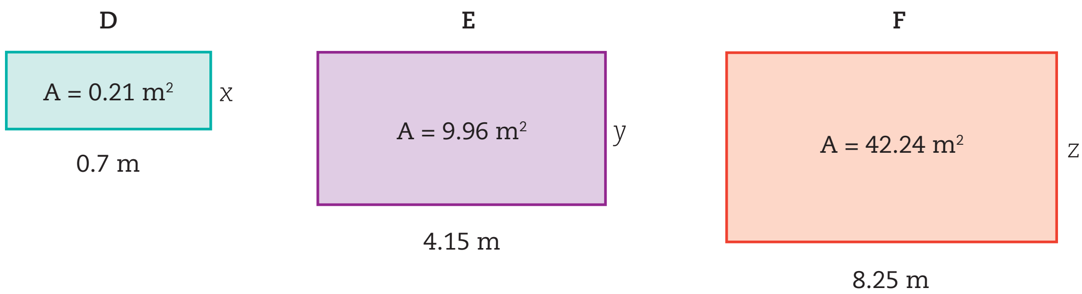
b) B: $425 \times 23 \div 1\,000 =$ ____________________

c) C: $6125 \times 35 \div 10\,000 =$ ____________________

3. Con el apoyo de su maestro, comparen sus resultados. Expliquen por qué el resultado de 0.9×0.2 se puede obtener al multiplicar 9×2 y dividiendo el resultado entre 100.

El producto 0.9×0.2 se transformó en 9×2 al multiplicar por 10 cada uno de los factores, es decir, por 100. Para volver al producto original (0.9×0.2), es necesario dividir el producto (18) entre 100. Esta misma propiedad se aplica en los rectángulos B y C.

4. Calculen la medida que falta en los rectángulos.



x = ________ m y = ________ m z = ________ m

5. Completen las siguientes operaciones y verifiquen que de éstas se obtenga la medida que se desconoce de los rectángulos D, E y F.

a) D: $0.21 \div 0.7 = (0.21 \times 10) \div (0.7 \times 10) = 2.1 \div 7 =$ ____________

b) E: $9.96 \div 4.15 = (9.96 \times 100) \div (4.15 \times 100)$

$=$ ____________ $\div$ ____________ $=$ ____________

c) F: $42.24 \div 8.25 = ($ ______ $\times$ ______ $) \div ($ ______ $\times$ ______ $)$

$=$ ____________ $\div$ ____________ $=$ ____________

En una división, si el dividendo y el divisor se multiplican por el mismo número, el cociente no se altera. Por ejemplo:

$$15 \div 3 = 5;\ (15 \times 4) \div (3 \times 4) = 60 \div 12 = 5;\ (15 \times 10) \div (3 \times 10) = 150 \div 30 = 5.$$

En general, $a \div b = (a \times n) \div (b \times n)$.

Cuando el divisor de una división es un número decimal, es necesario multiplicarlo por 10, 100, 1 000, etcétera, para convertirlo en entero; sin embargo, hay que multiplicar el dividendo por el mismo número para que el cociente no se altere.

6. Resuelvan las siguientes operaciones.

a) $15 \times 0.01 =$ ______

b) $0.5 \times 0.1 =$ ______

c) $5.2 \times 0.5 =$ ______

d) $0.2 \times$ ______ $= 0.08$

e) $5.2 \div 0.13 =$ ______

f) ______ $\times$ ______ $= 0.08$

g) ______ $\times$ ______ $= 0.4$

h) $0.18 \div 0.9 =$ ______

i) $9.6 \div 0.12 =$ ______

j) $3.8 \div 0.19 =$ ______

7. Comparen sus respuestas. Con apoyo de su maestro, identifiquen los posibles errores y corrijan.

2. Multiplicación y división de fracciones positivas

Sesión 1

Original.

A escala.

Para empezar

La multiplicación y la división con números fraccionarios son operaciones inversas que permiten resolver una gran variedad de problemas; por ejemplo: calcular una fracción de una cantidad entera (como $\frac{3}{4}$ de 24), obtener una fracción de una cantidad fraccionaria (como $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{5}$), hasta averiguar cuántas veces cabe una fracción en otra o cuál es el factor de escala que permite volver al tamaño original. En esta secuencia aprenderás a resolver estos problemas y podrás apreciar cómo se relacionan con el cálculo de porcentajes.

Manos a la obra

La pista de carreras

1. Trabajen en equipo. Una vuelta completa en una pista de carreras tiene una longitud de 400 metros. Durante la clase de educación física varios alumnos corrieron sobre ella. Anoten los valores que faltan en la tabla y después contesten las preguntas.

Nombre	Cantidad de vueltas	Distancia recorrida (metros)
Jorge	$10\frac{1}{2}$	
Hilda	$5\frac{1}{4}$	
Cristian	$6\frac{1}{5}$	
Elena	$\frac{5}{8}$	
Martha		1 900
René		1 280
Vidal	$8\frac{3}{5}$	
Érika		2 440

a) ¿Quién corrió la mayor distancia? ____________________

b) ¿Quién corrió la menor distancia? ____________________

c) ¿Cómo se calculan $\frac{3}{4}$ de 400? ____________________

d) Si dividen 400 entre 10 y el resultado lo multiplican por 7, ¿qué fracción de 400 obtienen? __________

2. Realicen los siguientes cálculos.

a) $\frac{1}{5}$ de 40 = __________

b) $\frac{2}{3}$ de 150 = __________

c) $\frac{3}{8}$ de 160 = __________

d) 0.5 de 50 = __________

e) 0.75 de 56 = __________

f) 1.25 de 40 = __________

3. Resuelvan los siguientes problemas.

a) En una muestra de 24 alumnos, $\frac{1}{3}$ prefieren futbol, $\frac{1}{4}$ basquetbol y $\frac{3}{8}$ atletismo. El resto prefiere natación. ¿Cuántos prefieren natación? __________

b) En una bolsa con 20 canicas de colores, $\frac{2}{5}$ son rojas, $\frac{1}{4}$ son azules, $\frac{1}{10}$ son amarillas, 3 son verdes y el resto, negras. ¿Qué fracción corresponde a las negras?

____

4. Con tus compañeros y con apoyo de su maestro comparen sus resultados. Comenten cómo calcularon 1.25 de 40. En caso de haber resultados diferentes, averigüen quién tiene razón y corrijan.

En general, para obtener una fracción $\frac{a}{b}$ de un número entero n, se divide n entre b y se multiplica por a. O bien, se multiplica n por a y se divide entre b. Las expresiones $\frac{1}{4}$ de 12, $\frac{1}{4} \times 12$, $12 \times \frac{1}{4}$, y $12 \div 4$, son equivalentes.

5. Observen el recurso audiovisual *Una vuelta y media*, y comenten acerca de las diferentes situaciones que corresponden a la obtención de una fracción de un número entero.

Sesión 2

¿Cuántas veces cabe?

1. Trabajen en pareja y resuelvan el siguiente problema. Para la fiesta de cumpleaños de su hija, Aidé ha preparado 24 litros de agua de jamaica. Usará vasos de $\frac{1}{4}$ de litro. ¿Cuántos vasos podrá llenar? ________

2. Con el apoyo del maestro comparen sus resultados y comenten sobre los procedimientos que utilizaron. Después respondan las preguntas.

a) ¿Cuál de las siguientes operaciones sirve para resolver el problema de la actividad 1? Enciérrenla en un círculo.

$24 \times \frac{1}{4} =$ ________ $24 + \frac{1}{4} =$ ________ $24 \div \frac{1}{4} =$ ________

b) ¿Consideran que el resultado del problema de la actividad 1 debe ser mayor que 24, o menor que 24? Justifiquen su respuesta. ____________________

____

c) Una manera de resolver el problema de la actividad 1 consiste en hacer una tabla como la que se muestra. Complétenla en su cuaderno para encontrar el resultado.

Litros	1	2														
Vasos	4	8														

d) Comenten si el resultado obtenido con la tabla coincide con el que obtuvieron en la actividad 1. Si no coincide, averigüen por qué.

e) Verifiquen que el resultado conseguido con la tabla también se obtiene con la operación que subrayaron. Si no corresponde, expliquen por qué y corrijan.

3. Resuelvan el siguiente problema. Brenda compró 12 metros de listón para hacer moños. Para cada moño utiliza un $\frac{1}{3}$ de metro. ¿Cuántos moños podrá hacer si usa todo el listón? ____________________

4. Anoten los datos que faltan en la tabla con base en el problema de los moños.

Total de metros de listón	Metros por moño	Cantidad de moños	Operación
12	$\frac{1}{3}$		$12 \div \frac{1}{3}$ $\quad$ 12×3
24	$\frac{1}{3}$		
6	$\frac{1}{3}$		
12	$\frac{2}{3}$		
12	$\frac{1}{6}$		
24	$\frac{2}{3}$		

5. Resuelvan las siguientes operaciones.

a) $15 \div \frac{1}{6} =$ ________

b) $15 \times 6 =$ ________

c) $30 \div \frac{1}{3} =$ ________

d) $30 \times 3 =$ ________

e) $45 \div \frac{1}{2} =$ ________

f) $45 \times 2 =$ ________

g) $60 \div \frac{2}{3} =$ ________

h) $60 \times \frac{3}{2} =$ ________

i) $12 \div \frac{5}{6} =$ ________

j) $12 \times \frac{6}{5} =$ ________

Dato interesante

Los egipcios utilizaban mucho la fracción $\frac{2}{3}$. Le asignaban un papel tan especial que, cuando querían calcular la tercera parte de un número, primero hallaban $\frac{2}{3}$ del número y luego calculaban la mitad del resultado, esto es $\frac{1}{3} = \frac{2}{3} \div 2$.

6. Lleven a cabo lo que se indica.

a) Redacten una técnica que les permita multiplicar un número natural por una fracción: ________________________________

____

b) Redacten una técnica que les permita dividir un número natural entre una fracción: ________________________________

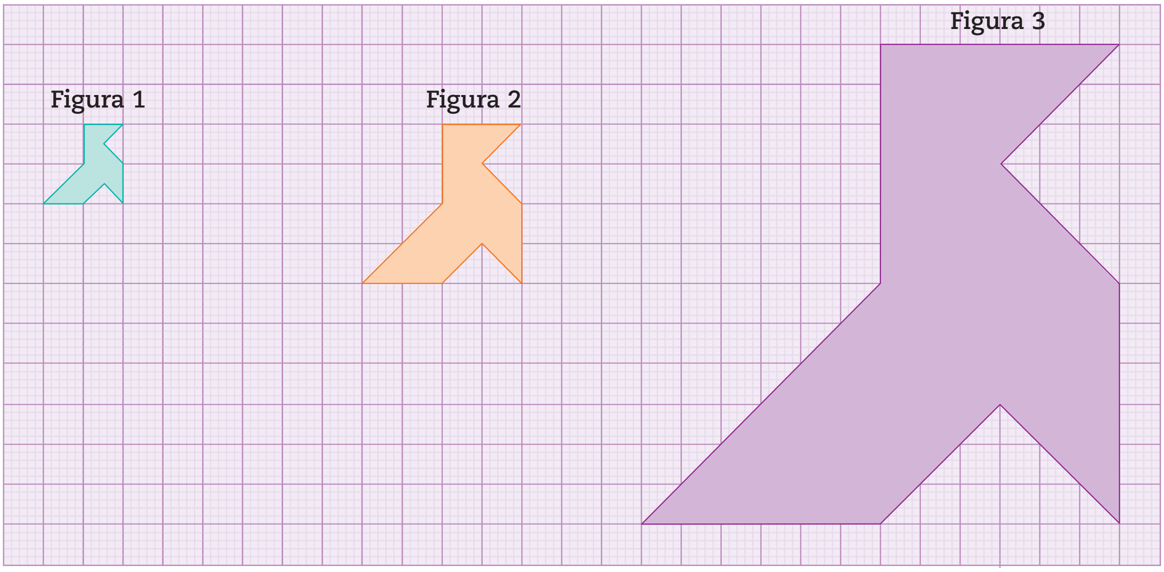
____

7. Con ayuda del maestro comparen las técnicas que redactaron. Comprueben si dicen lo mismo, aunque con distintas palabras.

Sesión 3

Figuras a escala

1. Trabajen en equipo. Las figuras 1, 2 y 3 están a escala porque tienen distintos tamaños, pero mantienen la misma forma. Contesten las preguntas.



a) ¿Qué factor de escala se aplicó a la figura 1 para obtener la figura 2? ________

b) ¿Qué factor de escala se aplicó a la figura 2 para obtener la figura 3? ________

c) ¿Qué factor de escala hace pasar de la figura 1 a la figura 3? ____________

d) ¿Qué factor de escala hace pasar de la figura 2 a la figura 1? ____________

e) ¿Qué factor de escala hace pasar de la figura 3 a la figura 2? ____________

f) ¿Qué factor de escala hace pasar de la figura 3 a la figura 1? ____________

2. Comparen sus respuestas con las de otros equipos. Si no coinciden, busquen argumentos y traten de ponerse de acuerdo.

- El factor de escala aplicado a la figura 1 para obtener la figura 2 es × 2; es decir, todos los lados de la figura 2 miden el doble que los de la figura 1.
- El factor de escala aplicado a la figura 2 para obtener la figura 3 es × 3; es decir, todos los lados de la figura 3 miden el triple que los de la figura 2.
- Para pasar de la figura 1 a la 3 se aplicó el factor × 6. Este factor es el resultado de aplicar los factores × 2 × 3 a la figura 1.
- El factor que hace pasar de la figura 2 a la figura 1 es $\times \frac{1}{2}$. Este factor es el *recíproco* de × 2. Dos factores son recíprocos, uno de otro, cuando su producto es 1; por ejemplo, $2 \times \frac{1}{2} = 1$. De manera similar, el factor que hace pasar de la figura 3 a la figura 2 es $\times \frac{1}{3}$, que es el recíproco de × 3. En este caso, $3 \times \frac{1}{3} = 1$.

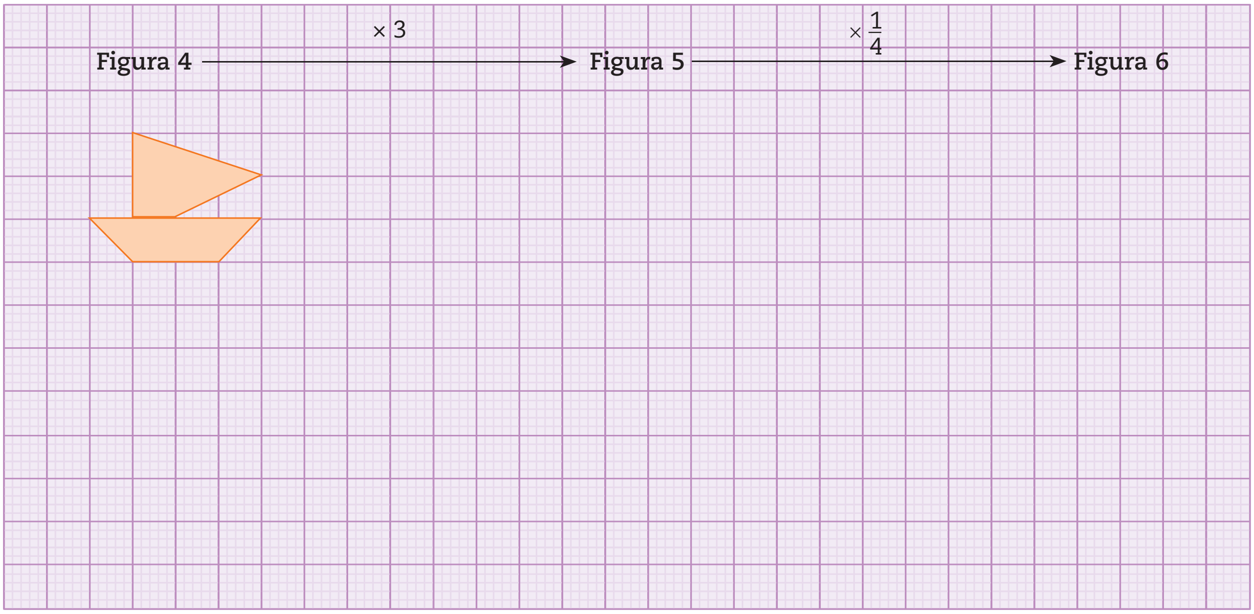
3. Apliquen a la figura 4 el factor × 3 para obtener la figura 5. Luego apliquen a la figura 5 el factor × $\frac{1}{4}$ para obtener la figura 6. Antes de trazar las figuras, respondan a las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál será más grande, la figura 5 o la figura 4? ______

¿Por qué? ______

b) ¿Cuál será más grande, la figura 6 o la figura 5? ______

¿Por qué? ______



c) ¿Cuál es el factor de escala que hace pasar de la figura 4 a la figura 6? ______

d) ¿Por qué la figura 6 es más pequeña que la figura 4? ______

e) ¿Cuál es el factor que hace pasar de la figura 6 a la figura 4? ______

f) Si a la figura 4 le aplican el factor × $\frac{3}{4}$ y a la figura resultante le aplican el factor × $\frac{4}{3}$, ¿cómo varían las dimensiones de la tercera figura con respecto a la figura 4? ______

4. Con el apoyo de su maestro, comparen sus respuestas, identifiquen los errores y corrijan.

El recíproco del factor $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$, porque $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$. En general, el recíproco de a es $\frac{1}{a}$; ya que $a \times \frac{1}{a} = \frac{a}{a} = 1$; mientras que el recíproco de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$, pues $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$. Recuerden que dividir entre a equivale a multiplicar por $\frac{1}{a}$

El factor recíproco

Sesión 4

1. Trabajen en pareja. Consideren las medidas de la figura 7, en donde la longitud *f* es igual a 1. Anoten las medidas que faltan en la tabla y después contesten las preguntas.

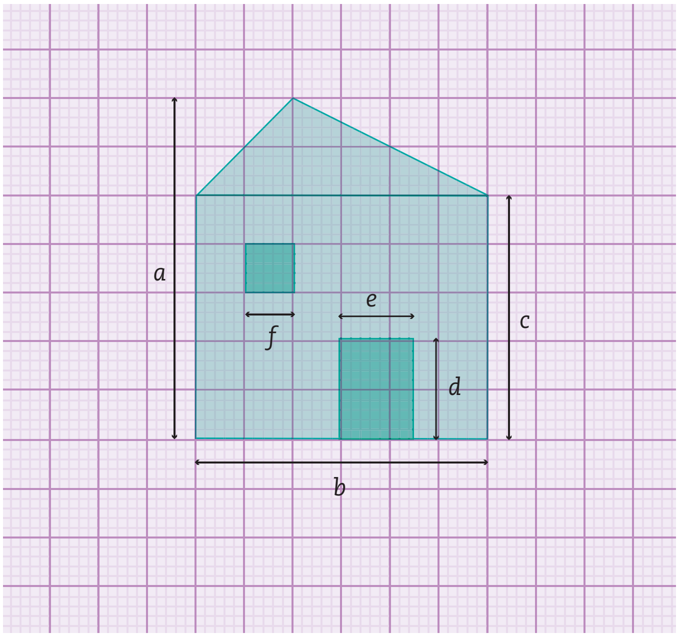


Figura 7

Factor de escala	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
1						
5						
$\frac{1}{4}$						
$\frac{2}{5}$	$\frac{14}{5}$					
$\frac{3}{2}$						
$\frac{1}{5}$						

a) ¿Con cuáles factores de escala se obtienen medidas mayores que las de la figura 7? ____________

b) ¿Cuáles factores de la tabla son recíprocos? ____________

2. Consideren dos figuras A y B. Las medidas de la figura B se obtuvieron al aplicar el factor de escala $\times \frac{3}{5}$ a la figura A. Encuentren las medidas de la figura A y anótenlas en la tabla. Después contesten y hagan lo que se indica.

Lados	Figura A	Figura B
a		$\frac{6}{5}$
b		$\frac{9}{10}$
c		$\frac{12}{5}$
d		$\frac{3}{5}$
e		$\frac{3}{10}$
f		

a) Verifiquen que al aplicar el factor de escala $\frac{3}{5}$ a las medidas de la figura A, obtienen las medidas de la figura B.

b) Expliquen cómo obtuvieron las medidas de la figura A: ____________________

____

c) Piensen en una medida cualquiera y anótenla en el renglón *f* de la figura A. Multiplíquenla por $\frac{3}{5}$ y anoten el resultado en la columna de la figura B. Multipliquen este resultado por $\frac{5}{3}$, que es el recíproco de $\frac{3}{5}$. ¿Qué obtienen? ____________

- Multiplicar por el recíproco de un número a, que es $\left(\frac{1}{a}\right)$, equivale a dividir entre a.
- Multiplicar por el recíproco de un número $\frac{a}{b}$, que es $\left(\frac{b}{a}\right)$, equivale a dividir entre $\frac{a}{b}$

3. Resuelvan las siguientes operaciones.

a) $18 \times \frac{2}{9} =$ __________

b) $5 \div \frac{1}{6} =$ __________

c) $\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} =$ __________

d) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{7} =$ __________

e) $\frac{3}{6} \times \frac{1}{2} =$ __________

f) $\frac{1}{3} \div \frac{4}{5} =$ __________

g) $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} =$ __________

h) $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} =$ __________

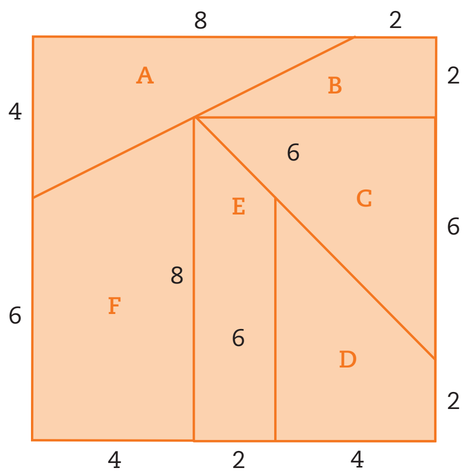
4. Observen el recurso audiovisual *Multiplicar, a veces, también es dividir*, para apreciar cuando es equivalente multiplicar por un número y dividir entre el recíproco de ese número.

Sesión 5

Para terminar

Rompecabezas

1. Formen equipos de seis compañeros y hagan lo siguiente.
   a) Cada uno elija una pieza del rompecabezas.
   b) Entre todos elaboren un rompecabezas de la misma forma, pero más grande. La parte que en este rompecabezas mide 4, debe medir 5 en el que ustedes construyan.
   c) Cada uno construya su pieza. Cuando terminen, ármenlo y verifiquen que tiene la misma forma que el que se muestra.
   d) Si tiene la misma forma, anoten las medidas del nuevo rompecabezas en la tabla.
   e) Si no tiene la misma forma, analicen entre todos qué sucedió y rectifiquen sus construcciones.



Medidas del rompecabezas original	Medidas del nuevo rompecabezas
2	
4	5
6	
8	

   f) ¿Cuál es el factor de escala que se utiliza para construir el nuevo rompecabezas?
   ____

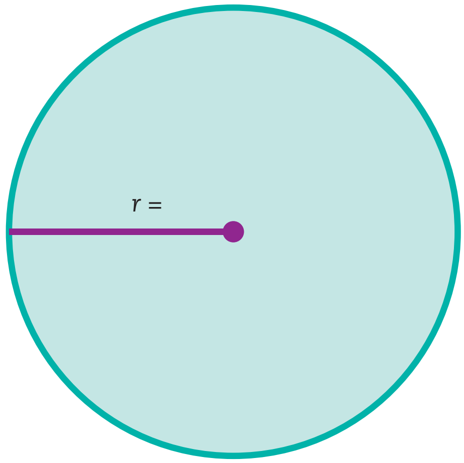
2. Resuelvan los siguientes problemas.
   a) Una fotografía mide $6\frac{1}{4}$ pulgadas de altura por $8\frac{5}{8}$ pulgadas de ancho. ¿Cuál es su área? ______________________________
   b) El circuito para correr o caminar en el parque de los Viveros de Coyoacán, en la Ciudad de México, mide $2\frac{1}{4}$ kilómetros de largo. ¿Cuántos kilómetros recorrió una persona que dio $3\frac{3}{4}$ vueltas? __________
   c) Con un litro de petróleo se produce aproximadamente $\frac{2}{5}$ de litro de gasolina. ¿Qué cantidad de gasolina se obtendrá con $8\frac{3}{5}$ litros de petróleo? __________

- Para resolver una multiplicación como $3\frac{1}{4} \times 4\frac{2}{3}$, se pueden convertir los números mixtos en fracciones y luego multiplicar las fracciones que resulten. En este caso, $3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$ y $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$; entonces, $\frac{13}{4} \times \frac{14}{3} = \frac{182}{12} = 15\frac{1}{6}$
- Otra opción es considerar $3\frac{1}{4}$ como $3 + \frac{1}{4}$ y $4\frac{2}{3}$ como $4 + \frac{2}{3}$. Se plantearía entonces la siguiente multiplicación:

$$\left(3+\frac{1}{4}\right)\left(4+\frac{2}{3}\right) = 3 \times 4 + 3 \times \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \times 4 + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = 12 + \frac{6}{3} + \frac{4}{4} + \frac{2}{12} = 12 + 2 + 1 + \frac{1}{6} = 15\frac{1}{6}$$

d) El perímetro de un círculo es 154 cm. Considerando el valor de π como $\frac{22}{7}$, encuentren el radio del círculo. Completen el procedimiento para resolver el problema.

- La fórmula para calcular el perímetro del círculo es: $P =$ __________
- Al sustituir en la fórmula los valores conocidos, se tiene: $154 = \frac{22}{7}(\quad)$
- Multiplicando la ecuación por 7, se tiene: $1\,078 = 22d$
- Despejando d, se tiene: $d = \frac{1\,078}{22} = 49$
- ¿Cuál es el radio del círculo? __________



$P = 154$ cm

e) Efectúen el siguiente cálculo.

$$\left(1-\frac{1}{3}\right) \div \left(1-\frac{5}{8}\right) = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

f) Consideren lo siguiente y respondan a las preguntas.

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{100}; \frac{60}{100} = 60\%.$$

- ¿Cuánto es $\frac{3}{5}$ de 1 200? __________
- ¿Cuánto es el 60% de 1 200? __________

g) ¿Cuánto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$? __________

¿Cuánto es el doble de $\frac{1}{5}$? __________

4. Con apoyo del maestro comparen sus respuestas con las de sus compañeros, identifiquen los errores y corrijan.

5. Practiquen la resolución de problemas que implican una multiplicación y división de fracciones con el recurso informático *Multiplicar por el recíproco*.

3. Multiplicación de números enteros

Sesión 1

Para empezar

Simon Stevin (1548-1620).

El concepto de los números opuestos o contrarios siempre ha existido; sin embargo, su representación matemática es muy reciente. Simon Stevin, además de proponer una escritura para las fracciones decimales, simbolizó los números enteros, como también lo hizo el matemático francés René Descartes. Ambos tomaron como base la resolución de ecuaciones. En primer grado aprendiste a sumar y restar con números positivos y negativos; además, conociste la regla para determinar el signo de los resultados. Ahora estudiarás la multiplicación de números enteros y la regla de los signos que se aplica para determinar su producto.

Manos a la obra

Sumas repetidas de números positivos y negativos

1. Resuelvan en pareja el siguiente ejercicio. Emma y Joel juegan con una ruleta dividida en 20 partes iguales. La mitad de las partes son negras y tienen números del +1 al +10. La otra mitad de las partes son rojas y tienen números del –1 al –10. Por turnos, Emma y Joel giran la ruleta y anotan el número donde se detiene. Después de tres rondas, éstos son los puntos que ha obtenido cada uno:

Jugador	Ronda 1	Ronda 2	Ronda 3
Emma	+5	+5	+5
Joel	–4	–4	–4

a) Determinen cuántos puntos lleva cada jugador al terminar las tres rondas.

Emma	Joel

b) ¿Cómo calcularon los puntajes? ____

____

c) Observen lo que cada jugador hizo para obtener sus puntajes de las tres rondas.

Emma	Joel
$(+5) + (+5) + (+5) = 15$	$\underbrace{(-4) + (-4) + (-4)}_{3 \text{ veces}} = 3 \times (-4) = -12$

d) Describan el procedimiento que Joel siguió. ______________________________

____

2. Apliquen el procedimiento de Joel para determinar los puntos que hicieron en las siguientes tres rondas.

Jugador	Ronda 1	Ronda 2	Ronda 3
Emma	+2	+2	+2
Joel	–2	–2	–2

Emma	Joel

Tabla 1

4 × 4 = 16
4 × 3 = 12
4 × 2 = 8
4 × 1 = 4
4 × 0 = 0
4 × ? = –4
4 × ? = –8
4 × ? = –12
4 × ? = –16

3. Analicen las operaciones de la tabla 1 para responder las preguntas.
   a) Describan la manera en que cambia sucesivamente el producto (resultado) de las multiplicaciones. ______________________________

   ____

   b) Describan de qué manera cambia el segundo factor (el segundo número de los que se multiplican) de las multiplicaciones. ______________________________

   ____

   c) Si se amplía la tabla para obtener los productos –20, –24, –32 y –40, y se sigue la secuencia de los segundos factores, ¿cuáles son éstos?

   ____

Tabla 2

4 × 4 = 16
3 × 4 = 12
2 × 4 = 8
1 × 4 = 4
0 × 4 = 0
? × 4 = –4
? × 4 = –8
? × 4 = –12
? × 4 = –16

4. Comparen sus respuestas y discutan en el grupo qué signo tiene el producto de un número positivo por uno negativo. Comenten por qué.

Más sobre la multiplicación

Sesión 2

1. Trabajen en pareja todas las actividades de esta secuencia. Analicen las operaciones de la tabla 2. ¿Qué ocurre en el caso de la tabla 3?

2. Intercambien sus resultados con otro equipo. En caso de que difieran, analicen por qué son diferentes y determinen cuál es el resultado correcto.

3. Analicen la regularidad implicada en el producto y en el segundo factor de las multiplicaciones de la tabla 3. Después respondan las preguntas.
   a) ¿Cómo cambia sucesivamente el resultado de las 10 multiplicaciones?

   ____

   b) ¿De qué manera cambia el segundo factor de las multiplicaciones?

   ____

(–5) × 4 = –20
(–5) × 3 = –15
(–5) × 2 = –10
(–5) × 1 = –5
(–5) × 0 = 0
(–5) × ? = +5
(–5) × ? = +10
(–5) × ? = +15
(–5) × ? = +20
(–5) × ? = +25

Tabla 3

Tabla 4

$3 \times (-5) = -15$
$2 \times (-5) = -10$
$1 \times (-5) = -5$
$0 \times (-5) = 0$
$? \times (-5) = +10$
$? \times (-5) = +15$

4. Completen la tabla 4 con las operaciones que se requieran.

a) ¿Cuáles son los valores de los factores para que la regularidad que se aprecia en las primeras multiplicaciones se conserve en las filas incompletas? ____________

5. Comenten sus respuestas y lean la siguiente información.

> Una forma de justificar que el producto de un número positivo multiplicado por uno negativo resulta negativo, parte de que la suma de dos números opuestos es cero. Por ejemplo: $5 + (-5) = 5 - 5 = 0$.
>
> - Todo número multiplicado por 0 da 0: $4 \times (5 - 5) = 4 \times 0 = 0$.
>   Por la propiedad distributiva: $4 \times (5 - 5) = 4(5) + 4(-5) = 20 + 4(-5) = 0$.
>   Pero, para que $20 + 4(-5)$ sea igual a 0, $4(-5)$ debe ser igual a -20.
>
> En general, cuando se tiene una multiplicación como $m(n - n)$, esta operación se puede desarrollar como $mn + m(-n)$, y para que esto sea igual a 0 es necesario que $m(-n)$ sea el opuesto de mn; de aquí se puede concluir que el producto de un número positivo por uno negativo es negativo.

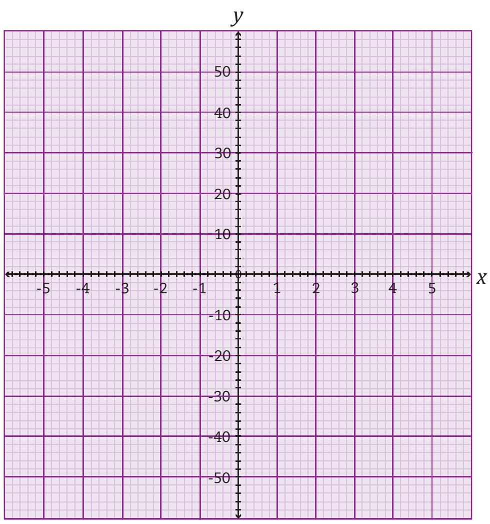
6. Utiliza las escenas de "Multiplicar 1, 2 y 3", del recurso informático *Multiplicación y división de números con signo*, para analizar la regularidad de los resultados en las sucesiones de multiplicaciones de números enteros que se presentan. En: https://www.proyectodescartes.org/Telesecundaria/materiales_didacticos/2m_b01_t01_s01_descartes-JS/index.html

Sesión 3

Las reglas de los signos de la multiplicación

1. Reúnete con un compañero y completen la siguiente tabla.

x	4	3	2	1	0	−1	−2	−3	−4
$y = -6x$									



a) ¿Cuál es la operación que se realiza entre -6 y x? ____________

b) Si el valor de $x = 3$, y se sustituye en la expresión $y = -6x$, ¿qué valor tiene y? ____________

c) Dibujen en el plano cartesiano los puntos de coordenadas (x, y) correspondientes a esta tabla.

d) Si $x = 5$, ¿cuánto vale y? ____________

¿Cómo pueden comprobar que el resultado es correcto? ____________

e) Utilicen una regla y tracen una recta que una los puntos que ubicaron. Prolonguen la recta y establezcan si el punto (5, –30) pertenece a la recta.

f) ¿Por qué el resultado de multiplicar –6(5) no puede ser 30? ____________

____

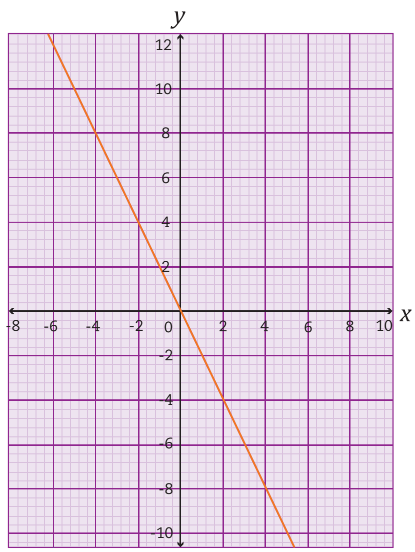
2. Comparen sus respuestas con sus compañeros y discutan cómo podrían verificar las leyes de los signos en el plano cartesiano.

Dato interesante

Para indicar una multiplicación, puedes usar el signo ×, un punto o un paréntesis:

$2 \times (-7) = 2 \cdot (-7) = 2(-7)$

3. Observen la siguiente gráfica y completen la tabla.



x	*y* = ________

4. Escriban en su cuaderno cinco ejemplos de multiplicaciones de un número positivo por uno negativo cuyo producto sea –12 en los cinco casos.

5. Subraya las opciones falsas.

El producto de dos factores es negativo cuando:

- los dos factores son positivos.
- el segundo factor es negativo.
- los dos factores son negativos.
- uno de los factores es negativo.

6. Con ayuda de su maestro, comparen sus resultados y comenten de qué manera se determina el signo del resultado de los productos.

7. Observen el recurso audiovisual *La regla de los signos de la multiplicación de números enteros y el plano cartesiano* para analizar los valores de la relación funcional $y = mx$ mediante su gráfica.

Sesión 4

Para terminar

Aplica la regla

1. Trabajen en equipo para resolver los siguientes problemas. Anoten el resultado en cada una de las siguientes expresiones.

$(+9)\ (-3) =$ $\qquad$ $9 \times (-3) =$ $\qquad$ $9 \cdot (-3) =$ $\qquad$ $9(-3) =$

a) Expliquen por qué en las cuatro expresiones se obtiene el mismo resultado.

____

b) Si (–3) significa una deuda de $3.00, ¿qué situación podrían representar las cuatro operaciones anteriores? ______________________________

c) ¿Qué situación se podría representar con la operación $5 \times (-8) = -40$?

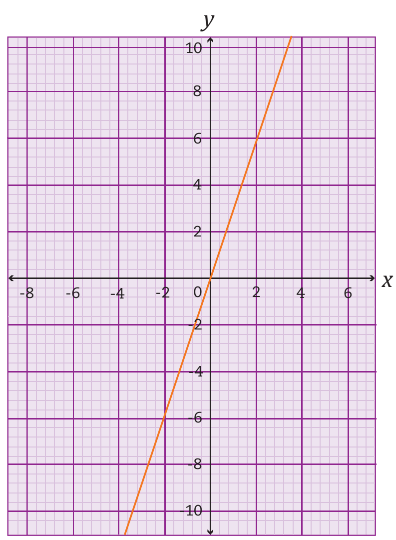
____

2. Cada semana Ana retira $200.00 del banco durante 4 semanas. Representa numéricamente esta situación y responde: ¿cuánto dinero se retira en total? __________ ¿Cómo se expresaría ese retiro empleando números enteros? ______________

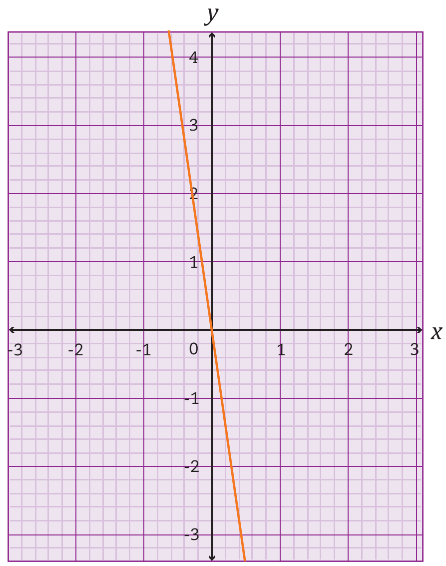
3. En cierta región se triplicó la temperatura registrada en un día frío y el resultado fue 6 grados menos que la temperatura original. ¿Cuál era la temperatura original?

____

4. Observen las siguientes gráficas y completen las tablas.



x	$y =$ ______



x	$y =$ ______

5. Escribe los resultados que faltan.

4(–6) =	4(–10) =	(–16) (–4) =
3(–6) =	3(–10) =	(–16) (–3) =
2(–6) =	2(–10) =	(–16) (–2) =
1(–6) =	1(–10) =	(–16) (–1) =
0(–6) =	0(–10) =	(–16)0 =
(–1) (–6) =	(–1) (–10) =	(–16)1 =
(–2) (–6) =	(–2) (–10) =	(–16)2 =
(–3) (–6) =	(–3) (–10) =	(–16)3 =
(–4) (–6) =	(–4) (–10) =	(–16)4 =

6. ¿Qué tipo de número se obtiene al multiplicar dos números negativos? Explíquenlo con un ejemplo. ____

____

7. Observen el recurso audiovisual *La regla de los signos de la multiplicación de números enteros* para analizar con detalle los diferentes productos que se pueden obtener al multiplicar números enteros.

4. Proporcionalidad directa e inversa

Sesión 1

Para empezar

De los 112 336 538 habitantes en nuestro país, el 10% carece de agua potable y 43% no tiene instalaciones sanitarias mínimas. El agua es un recurso insustituible y necesario para la vida, por eso tenemos que cuidarla, y hay muchas maneras de hacerlo. Por ejemplo, al cerrar la llave del agua mientras se cepillan los dientes, una familia de 5 personas ahorra hasta 40 litros al día. Tomando esta medida como base, ¿cuánta agua ahorrarán en una semana si gastan la misma cantidad diariamente?, ¿cuánta agua ahorrará una familia de 3 personas en un día? Considerando que en una casa el agua de un tinaco de 1 000 litros de capacidad les basta para 5 días, ¿cuánto les durará si el número de habitantes se duplica? En esta secuencia resolverás problemas de este tipo al trabajar la proporcionalidad directa e inversa.

Manos a la obra

¿Cuánta agua se gasta en la ducha?

Fuente: Fundación Aquae, *Cuánta agua se consume en la ducha por minuto* (fragmento).

1. Trabajen en pareja y consideren la información de la infografía.
   a) Completen la tabla 1.

Tabla 1

Duración de la ducha (minutos)	Cantidad de agua gastada (litros)
5	
6	
7	
8	
9	
10	
12	
14	

b) En casa de Juan tienen un tinaco con una capacidad de 600 litros. Con base en la información de la infografía de la página anterior completen la tabla 2.

Dato interesante

Del 100% de agua que hay en nuestro planeta, 97.5% es salada, 2.5% es dulce, y de ésta sólo 0.3% es consumible.

Tabla 2

Duración de la ducha (minutos)	5	6	7	8	9	10	12	14
¿Para cuántas duchas alcanza?								

- Completen la tabla 3.

Tabla 3

Cantidad de agua que se ha gastado (litros)	50	100	150	200	250	300	350	400
Cantidad de agua que queda en el tinaco de la casa de Juan (litros)								

2. Anoten una palomita (✓) a las tablas que cumplen con lo que se enlista.

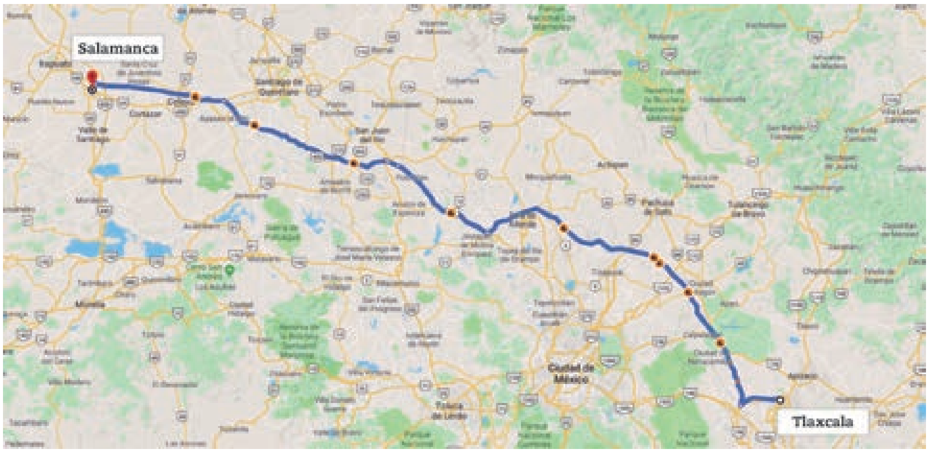
Condición	Tabla 1	Tabla 2	Tabla 3
1. Si las cantidades del primer renglón aumentan, las del segundo renglón también aumentan.			
2. Si las cantidades del primer renglón aumentan, las del segundo renglón disminuyen.			
3. Si una cantidad del primer renglón aumenta al doble, su correspondiente en el segundo renglón también aumenta al doble.			
4. Si una cantidad del primer renglón aumenta al doble, su correspondiente en el segundo renglón disminuye a la mitad.			
5. Si se divide cada cantidad del segundo renglón entre su correspondiente en el primero, el resultado siempre es el mismo.			
6. Si se multiplica cada cantidad del primer renglón por su correspondiente en el segundo, el resultado siempre es el mismo.			

3. Comparen sus resultados con los de sus compañeros. Después lean la siguiente información.

La tabla que cumple con las condiciones 1, 3 y 5 establece una relación de proporcionalidad directa. La que cumple con las condiciones 2, 4 y 6 establece una relación de proporcionalidad inversa. La tabla que no cumple con alguna de esas condiciones no establece una relación de proporcionalidad.

Sesión
2

De viaje



1. Trabajen en pareja para resolver los siguientes ejercicios. El señor Raúl viajará de Tlaxcala a Salamanca. La distancia que va a manejar es de aproximadamente 400 kilómetros. Completen las siguientes tablas.

a) La ruta por la que pasará para llegar a su destino incluye los siguientes lugares.

Tabla 4

Lugar al que llegará	Distancia recorrida (km)	Distancia que falta por recorrer (km)
Tepotzotlán	174	
Tepeji del Río	211	
San Juan del Río	261	
Querétaro	310	
Celaya	355	
Salamanca	400	

b) Raúl quiere hacer una tabla como la siguiente para comparar el tiempo que tardará en recorrer los 400 km según la velocidad a la que vaya. Anoten los valores de la segunda columna.

Tabla 5

Velocidad promedio	Tiempo que tardará en llegar (h)
50 km/h	
60 km/h	
70 km/h	
80 km/h	
100 km/h	

c) Raúl decidió ir a una velocidad promedio de 80 km/h. La tabla 6 es para conocer la distancia que recorrerá cada hora. Complétenla.

Tabla 6

Hora	Distancia recorrida (km)
1	
2	
3	
4	
5	

2. Marquen con una palomita (✓) la tabla que cumple con alguna de las siguientes características. En el caso de la tabla 4 sólo consideren los valores de la segunda y la tercera columnas.

Característica	Tabla 4	Tabla 5	Tabla 6
1. Al dividir cada número de la segunda columna entre su correspondiente en la primera columna, siempre se obtiene el mismo número, es decir, los **cocientes son constantes**.			
2. Al multiplicar cada número de la primera columna por su correspondiente en la segunda columna, siempre se obtiene el mismo número, es decir, los **productos son constantes**.			

3. Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y corrijan lo necesario. Después lean la siguiente información.

Si una tabla cumple con la propiedad 1, se trata de una tabla de proporcionalidad directa; si cumple con la condición 2, se trata de una tabla de proporcionalidad inversa. Si no cumple con ninguna, se trata de una tabla que no es de proporcionalidad.

4. Completen cada tabla de manera que la primera sea de proporcionalidad directa y la segunda de proporcionalidad inversa.

Proporcionalidad directa	
3	
6	
9	
12	
15	

Proporcionalidad inversa	
3	
6	
9	
12	
15	

5. Observen el recurso audiovisual *Tablas de proporcionalidad*, donde profundizarán sus conocimientos sobre proporcionalidad directa e inversa a partir de su representación tabular.

6. Utilicen el recurso informático *Para completar tablas*, donde practicarán la manera de calcular valores faltantes en tablas de proporcionalidad directa e inversa.

Sesión 3

Jardines

1. Trabajen en pareja el siguiente problema. Se tienen diferentes jardines rectangulares, según lo especificado en cada inciso.
   a) El primer jardín tiene 60 m^2 de área. En la siguiente cuadrícula tracen los jardines rectangulares que consideren necesarios, con el área indicada para cada uno de ellos. Cada cuadrito representa 1 m^2.

b) Completen la siguiente tabla considerando medidas posibles para el largo y el ancho de ese jardín.

Tabla 7

Largo (m)	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20
Ancho (m)										

c) El segundo jardín mide 6 m de ancho por 15 m de largo. Se va a poner una cerca alrededor de todo ese jardín. Completen la tabla 8.

Tabla 8

Distancia que ya se ha cercado (m)	5	10	15	20	25
Distancia que falta cercar (m)					

d) El tercer jardín tendrá un ancho de 10 m. Completen la tabla 9 para calcular el área de este jardín considerando diferentes medidas para el largo.

Tabla 9

Largo (m)	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20
Área (m^2)										

2. Anoten a continuación el número de tabla, según el tipo de variación que representen.

Tipo de variación	Tabla número	Argumenten su respuesta
No es de proporcionalidad		
Proporcionalidad directa		
Proporcionalidad inversa		

3. Comparen sus resultados con los de sus compañeros y corrijan si es necesario. En particular, comenten cómo identificaron las tablas de proporcionalidad directa e inversa.

4. Completen la siguiente tabla de tal manera que sea una tabla de proporcionalidad inversa cuyo producto constante sea $\frac{1}{2}$

1	2	3	4	5	6	10	12	15	20

Sesión 4

Para terminar

Problemas diversos

1. Con dos compañeros forma un equipo para resolver los siguientes problemas.
Un automóvil va a la velocidad que se indica en la imagen. Si mantiene esa velocidad promedio:

a) ¿En cuánto tiempo recorrerá 500 km? ______

b) ¿Qué distancia habrá recorrido en 3 horas y cuarto? ______

c) Si su velocidad promedio aumenta 10 km/h, ¿en cuánto tiempo recorrerá los mismos 500 km? ______

2. Un ciclista recorrió un circuito de $10 \frac{1}{2}$ km.

a) Completen la siguiente tabla.

Tabla 10

Número de vueltas al circuito	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	2	$2\frac{1}{4}$
Distancia recorrida (km)					

b) Si ya ha dado $2\frac{1}{2}$ vueltas al circuito, ¿qué distancia ha recorrido? ______

c) Si tardó 3 horas en dar esas dos vueltas y media, ¿a qué velocidad promedio iba? ______

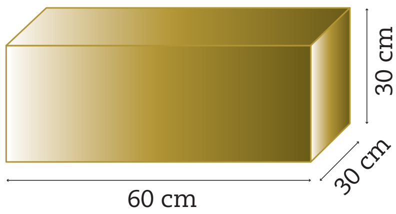
d) ¿A qué velocidad tiene que ir para recorrer esa distancia en 2 horas? ______

3. Al iniciar un campamento con 3 amigos, había víveres para 20 días. Conforme pasaron los días fueron llegando más amigos, pero la cantidad de víveres no cambió. Completen la siguiente tabla para saber cuántos días les durarán los víveres de acuerdo con la cantidad de amigos que se reúnan. Consideren que a todos se les otorga la misma cantidad de víveres.

Tabla 11

Número de amigos	3	5	6	10	12
Días para los que alcanzan los víveres	20				

4. Consideren una caja con las siguientes dimensiones.



a) A lo largo de esta caja se alinearán cubos cuyos lados tienen diferente medida. Completen la tabla 12 para saber cuántos cubos caben en la caja.

Tabla 12

Medida del lado del cubo (cm)	1	2	3	5	6
Número de cubos que caben en la caja	54 000				

5. ¿Cuáles de las tablas de esta sesión presentan una variación proporcional directa?

____

¿Cuáles presentan variación proporcional inversa? ____________________

¿Cuáles no son de proporcionalidad? ____________________

6. Observen el recurso audiovisual *La proporcionalidad en la vida cotidiana*, donde encontrarán ejemplos del uso cotidiano de la proporcionalidad directa o inversa. Propongan con sus compañeros dos ejemplos más de proporcionalidad inversa.

7. Utilicen el recurso informático *Problemas de proporcionalidad directa e inversa*, donde practicarán la resolución de problemas de estos tipos de variación.

5. Sistemas de ecuaciones 2 × 2. Método gráfico

Sesión 1

Para empezar

Diofanto, matemático griego que utilizó símbolos para expresar igualdades y valores numéricos.

En primer grado aprendiste a resolver problemas en los que la situación planteada se representaba con una *ecuación*, es decir, una expresión algebraica donde la incógnita del problema se simboliza con una literal. Resolviste ecuaciones de primer grado con una incógnita, del tipo $ax + b = c$ y $ax + b = cx + d$. En esta secuencia estudiarás que hay otros problemas que pueden generar dos ecuaciones con dos incógnitas y una forma que te permitirá resolverlos.

¿Cuánto les falta?

1. Plantea la ecuación que representa la siguiente situación y marca con una palomita (✓) la respuesta correcta de cada inciso. Ernesto está ahorrando dinero para comprar una bicicleta que cuesta \$3600 pesos. Al día de hoy, todavía le faltan \$980 para completar la cantidad. ¿Cuánto tiene ahorrado?

   a) Si x representa la incógnita del problema, ¿cuál de las siguientes ecuaciones representa la situación de Ernesto?

   ☐ $x = 980 + 3600$ ☐ $x - 3600 = 980$ ☐ $x + 980 = 3600$

   b) Discutan por qué es correcta o no cada opción, luego resuelvan la ecuación correcta. ¿Cuánto vale x? ____________

   c) ¿Qué representa x en este problema?

   ☐ El dinero que le falta ahorrar ☐ El dinero que ya tiene ahorrado

   ☐ El dinero que ahorró el día de hoy

Al resolver una ecuación debes verificar que el valor obtenido de la incógnita cumple con la igualdad planteada al sustituirlo y solucionar las operaciones.

2. Verifica que en la ecuación planteada para Ernesto el valor de la incógnita cumpla con la ecuación. Si al sustituir el valor obtenido la igualdad no se cumple, revisa tanto la ecuación como el procedimiento que utilizaste para resolverla.

3. Compara con tus compañeros si la ecuación planteada y el valor obtenido son los mismos. Discutan sobre la forma en que resolvieron la ecuación.

Verificación

Una ecuación es una expresión algebraica que representa una igualdad donde hay uno o varios valores que se desconocen, a los que se les denomina incógnitas. Éstas se pueden representar con cualquier letra (literal).

Por ejemplo, la incógnita de la ecuación $2m + 3 = 15$, es la m.

Una ecuación lineal, o ecuación de primer grado, es aquella en la que el mayor grado de la incógnita (exponente de la literal) es 1. Por ejemplo:

Exponente de la literal: 1

$$3d - 50 = 10$$

4. Señala con una palomita (✓) las ecuaciones que son lineales y justifica tus respuestas. También indica por qué las otras no lo son.

☐ $2x^2 + 5x = 20$

Porque:

☐ $3x - 8 = 22$

Porque:

☐ $4x^3 = y$

Porque:

☐ $5x + 4 = 2x - 5$

Porque:

5. En grupo y con ayuda del maestro, comparen sus respuestas y sus justificaciones. Resuelvan las que son ecuaciones lineales.

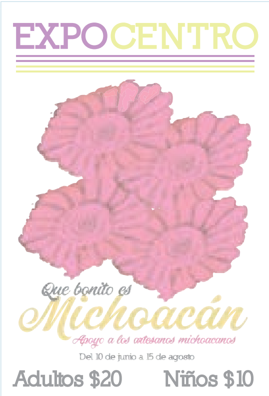
Manos a la obra

Sesión 2

¿Cuántos niños y cuántos adultos?

También hay otras situaciones o problemas que pueden tener más de una incógnita y, para resolverlos, es necesario plantear más de una ecuación. En las siguientes sesiones trabajarás con algunas de estas situaciones y aprenderás una forma de solucionarlas.

1. En parejas resuelvan el siguiente problema. En una exposición para apoyar a los artesanos de Michoacán se vendieron 500 boletos, incluidos niños y adultos. Para entrar, los niños pagaron \$10 y los adultos \$20. Se obtuvo una venta por los boletos de \$8 000 pesos. ¿Cuántos niños y cuántos adultos asistieron a la exposición? Para resolver este problema contesten en su cuaderno la siguiente pregunta.



a) ¿Cuántas y cuáles son las cantidades que se desconocen en el problema, es decir, las incógnitas del problema?

b) Representen con las literales *x* y *y* esas incógnitas, y mencionen qué representa cada una.

Incógnita	¿Qué representa?
x	
y	

c) Discutan y escriban en su cuaderno por qué las incógnitas del problema no pueden ser representadas con la misma literal.

2. Analicemos el problema por partes.

En una exposición para apoyar a los artesanos de Michoacán se vendieron 500 boletos, incluidos niños y adultos.

a) A partir de las incógnitas *x* y *y*, planteen una ecuación que represente esta parte del problema; la llamaremos Ecuación 1: ______________________

Para entrar, los niños pagaron \$10 y los adultos \$20. Se obtuvo por la venta de los boletos \$8 000.

b) A partir de las literales *x* y *y*, planteen una ecuación que represente esta parte del problema; la llamaremos Ecuación 2: ______________________

3. Comparen con otra pareja cómo escribieron sus ecuaciones y analicen si representan lo mismo.

4. Como pueden observar, este problema tiene dos incógnitas (*x* y *y*), a partir de las cuales se han planteado dos ecuaciones lineales (el grado de ambas literales es 1). Esto se conoce como sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Lean y comenten la siguiente información.

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, también denominado sistema de ecuaciones 2 × 2, está formado por dos ecuaciones lineales que relacionan dos incógnitas; cada ecuación representa una condición o restricción del problema.